

DETERMINAÇÃO DE DECLÍNIO DA RADIOATIVIDADE (*)

CHARALAMBOS D. STAMOPOULOS (**)

O problema da determinação de declínio da atividade dos isótopos radioativos nas suas aplicações médicas, é geralmente, apresentado da seguinte maneira:

A atividade de um isótopo é conhecida em determinada data. Essa atividade pode ser indicada pelo fornecedor, ou medida pelo próprio interessado, em curies (valor absoluto) ou em impulsos por minuto (valor relativo).

O momento da medida acima é arbitrariamente indicado como tempo zero. Além disso a meia vida do elemento deve ser conhecida.

Nosso propósito, consiste, geralmente, em calcular uma tabela de fatores pelos quais devemos multiplicar a radioatividade no tempo zero, para obter a radioatividade num momento qualquer desejado.

A determinação destes fatores pode ser feita por cálculo ou gráficamente.

(*) Trabalho realizado com auxílio do S.N.C. e do C.N.Pq.

(**) M. Sc. — A.M. Brit. I.R.E. — Senior Member I.R.E. — Assistente junto ao Laboratório de Isótopos da Faculdade de Medicina da U.S.P., São Paulo, Brasil.

Método de cálculo.

Este método baseia-se na relação

$$\frac{I_t}{I_0} = e^{-\lambda t} = \frac{1}{e^{\lambda t}}$$

onde

I_t = radioatividade no tempo t

I_0 = radioatividade no tempo zero arbitrário

e = 2,718...

λ = constante de radioatividade

t = tempo

Sendo, praticamente sempre, a meia vida "T" dada, podemos substituir na relação acima

$$\lambda = \frac{0,693}{T}$$

donde teremos

$$\frac{I_t}{I_0} = e^{-\frac{0,693 t}{T}}$$

Aplicando logaritmos obteremos

$$\log \frac{I_t}{I_0} = - \frac{0,693 t}{T} \log e =$$

$$- \frac{0,693 t}{T} \times 0,4343 = - 0,3010 \frac{t}{T}$$

$$e \frac{I_t}{I_0} = \text{antilog} \left(-0,3010 \frac{t}{T} \right)$$

Note-se que $0,3010 = \log 2$.

Note-se também que a relação \log

$$\frac{I_t}{I_0} = -0,3010 \frac{t}{T} \text{ é linear não con-}$$

tendo potências. Isto é, esta relação pode ser representada por uma linha reta.

Esta relação permite calcular I_t/I_0 que é o fator desejado.

Como demonstração do método calcularemos os fatores do Au^{198} ($T = 2,7$ dias), para cada dia, durante 5 dias. Tabelas de antilogaritmos de quatro algarismos foram usadas.

$$\frac{t}{T} \quad \frac{t}{T} \quad -0,3010 \frac{t}{T}$$

dias

$$(I_t/I_0) = \text{antilog}(-0,3010 t/T)$$

0	0,0000	0,0000	1,0000
1	0,3704	-0,1115 = 1,8885	0,7736
2	0,7407	-0,2230 = 1,7770	0,5984
3	1,111	-0,3344 = 1,6656	0,4630
4	1,481	-0,4458 = 1,5542	0,3583
5	1,852	-0,5575 = 1,4425	0,2770

Estes fatores são exatos até o terceiro número significativo, o último número sendo o resultado de aproximação pelos métodos usuais.

Note-se que, na maioria das aplicações médicas, 3 algarismos significativos são mais do que suficientes.

Dessa tabela podemos observar certos aspectos interessantes da estrutura desses fatores.

Assim, na segunda e terceira colunas (t/T) e $(-0,3010 t/T)$, nota-se que qualquer fator pode ser obtido adicionando-se ao fator anterior aquele correspondente a $t = 1$. Assim, o fator $-0,3010 t/T$, correspondente a

$t = 3$, é dado na tabela como sendo

$-0,3344 = 1,6656$. Este mesmo fator pode ser obtido do fator correspondente a $t = 2$ adicionando-se o fator correspondente a $t = 1$, ou seja: $-0,2230 + (-0,1115) = -0,3345 \doteq -0,3344$ ou $1,7770 + 1,8885 = 1,6655 \doteq 1,6656$, desprezando-se a diferença no último algarismo. Esta pequena diferença deriva do fato de serem os fatores usados somente aproximações dos valores reais.

O símbolo \doteq significa "aproximadamente igual a". Um número como 1,7770 significa que a parte inteira é

negativa, e a parte decimal é positiva. Esta forma de escrever números é muito útil nos logaritmos.

Note-se que na 3a coluna a soma do primeiro número tomado como positivo e do segundo número deve ser igual a zero. Assim, $0,2230 + 1,777 = 0,0000$.

Note-se ainda que na 4a coluna (I_t/I_0), cada fator pode ser obtido multiplicando-se o fator anterior pelo fator correspondente a $t = 1$.

Por exemplo:

$$0,5984 \times 0,7736 = 0,4629 = 0,4630$$

$$0,4630 \times 0,7736 = 0,3582 = 0,3583$$

e assim por diante.

Assim, usando estas relações entre os fatores, podemos controlar os re-

0	0,0000	0,0000		1,0000	
1	0,01543	- 0,004644	= 1,995356	= 1,9954	0,9895
2	0,03086	- 0,009289	= 1,990711	= 1,9907	0,9788
3	0,04630	- 0,01394	= 1,98606	= 1,9861	0,9685

Assim, se quisermos encontrar a atividade após 4 dias e 3 horas, multiplicamos a atividade no tempo zero pelos dois fatores correspondentes a 4 dias e 3 horas, isto é, por $0,3584 \times 0,9685$.

MÉTODO GRÁFICO.

Na maioria dos casos práticos é mais fácil e rápido determinar os fatores das tabelas acima pelo método gráfico.

A construção deste gráfico de declínio de atividade é simples e deve, de

sultados obtidos diretamente pelo cálculo, através da fórmula dada acima.

Às vezes, como no exemplo dado do Au^{198} , em que a meia vida é curta, torna-se necessário conhecer a atividade em intervalos de horas. Neste caso, o melhor meio de evitar tabelas longas e cálculos desnecessários consiste em usar 2 tabelas: uma, dando a atividade para cada dia e, a outra dando a variação para cada hora durante 24 horas. O cálculo desta última é feito exatamente do mesmo modo como no exemplo acima.

Para melhor compreensão, mostraremos os primeiros passos da construção da 2a tabela usando $T = 2,7$ dias = 64,8 horas.

$$t \quad t/T \quad -0,3010 \ t/T$$

horas

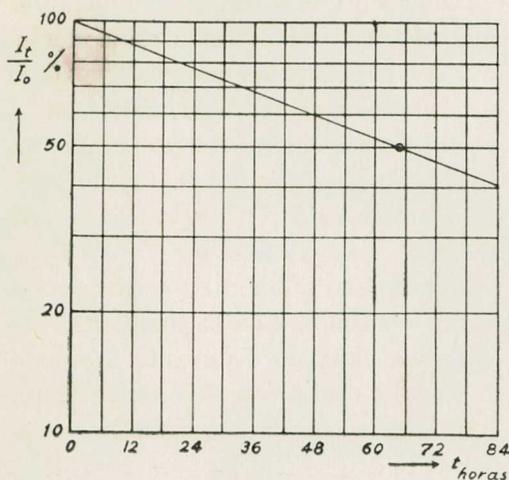
$$(I_t/I_0 = \text{antilog}(-0,3010 \ t/T))$$

preferência, ser feito em papel semilogarítmico de um ciclo, isto é, em que a divisão logarítmica é repetida uma só vez.

A Fig. 1, demonstra um destes gráficos, onde a escala linear representa o tempo t e, a escala logarítmica dá I_t/I_0 diretamente ou em porcentagem.

O processo pode ser resumido como segue:

(1) Escolhe-se uma divisão de tempo adequada no eixo x , de modo que a meia vida tT esteja contida na escala.

FIG. 1. — Gráfico de declínio do Au^{198} .

(2) Marca-se o ponto onde a vertical correspondente a $t = T$ intercepta a horizontal que corresponde ao fator 0,5 ou 50%.

(3) Uma linha reta é então traçada passando por êste ponto e o ponto sobre o eixo y que corresponde ao fator 1 ou 100% ($x = 0$). Esta linha reta é o gráfico do declínio de atividade desejado.

Se necessário, os fatores correspondentes a intervalos de tempo desejados (anos, meses, dias, horas etc.) podem ser escritos sob forma de tabela.

O processo acima exposto fornecerá um gráfico que dá os fatores de declínio de atividade para os períodos de tempo menores do que a meia-vida.

Se quisermos saber os fatores de declínio da atividade para qualquer tempo remoto t , além da meia-vida T , usa-se qualquer um dos métodos seguintes:

O 1.º método pode ser resumido como segue:

(1) Escolhe-se, sobre o eixo x , uma divisão de tempo adequada, de

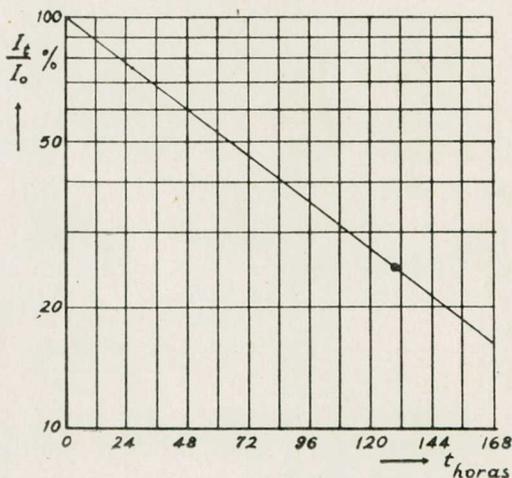
modo que 2 ou 3 meias vidas ($2T$, $3T$) estejam contidas na escala.

(2) Marca-se o ponto onde a vertical correspondente a $t = 2T$ intercepta a horizontal correspondente ao fator 0,25 ou 25%.

(3) Uma linha reta é então traçada, passando por êste ponto e o ponto sobre o eixo y que corresponde ao fator 1 ou 100% ($x = 0$). Esta linha reta é o gráfico de declínio da atividade desejado.

Se necessário, os fatores correspondentes aos intervalos de tempo desejados poderão ser escritos sob forma de tabela.

A Fig. 2 dá um exemplo do gráfico resultante.

FIG. 2. — Gráfico de declínio do Au^{198} .

No 2.º método, o quadro da Fig. 1 é usado para determinar a radioatividade de qualquer ponto intermediário incluído no gráfico e, em seguida, usando êste ponto como novo zero arbitrário, determina-se a atividade do ponto desejado multiplicando a atividade deste novo zero pelo fator correspondente à diferença de tempo entre o último ponto e o ponto intermediário.

Assim, se quisermos conhecer o fator de declínio da atividade do Au^{198} em 96 horas (isto é, um intervalo de tempo maior que sua meia vida $T = 64,8$ h.), o melhor meio será usar como zero arbitrário o ponto correspondente à meia-vida ($t = T$) ou qualquer outro ponto próximo a êle.

Seja por exemplo escolhido o zero arbitrário no ponto $T = 60$ horas. A diferença entre 96 h. e 60 h. será $96 - 60 = 36$ h. Pelo gráfico da Fig. 1 segue-se que:

Fator de declínio de atividade para 60 h. = 0,53 aprox.

Fator de declínio de atividade para 36 h. = 0,68 aprox.

Portanto:

Fator de declínio de atividade para 96 h. = $0,53 \times 0,68 = 0,36$ aprox. Outra possibilidade para a determinação gráfica dos fatores de declínio da atividade consiste no uso da curva universal, dada pela Fig. 3.

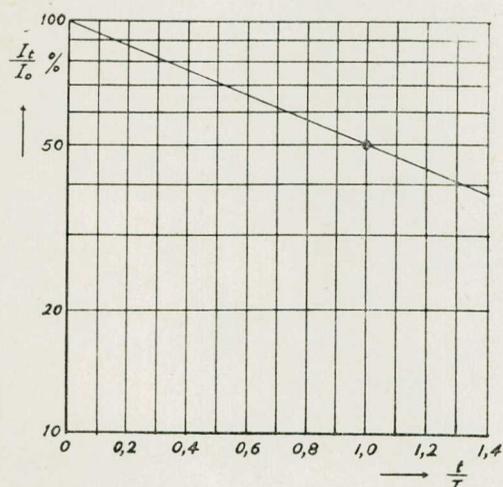


FIG. 3. — Gráfico universal de declínio da radioatividade.

Este gráfico é válido para qualquer elemento radioativo. A vantagem deste método é que um só gráfico serve para todos os elementos radioativos; a desvantagem é que o tempo é dado em frações de T e antes de ser usado deve ser transformado em unidades usuais de tempo (anos, dias, etc.)

Para resultados mais exatos, a escala a ser usada para a construção de tais gráficos deve ser relativamente grande. Escalas entre 15 a 20 cm. parecem ser adequadas para todos os casos.

Os cálculos acima baseam-se na suposição de tratar-se de um elemento radioativo único que segue exatamente a lei logarítmica dada no início, a substância em análise não contendo qualquer outro elemento radioativo em grande ou pequena porcentagem ao contrário do que poderia acontecer na prática.

Como resultado do exposto acima, devem-se esperar desvios entre as atividades reais e calculadas mas, em geral, os resultados dos cálculos, podem ser usados, no mínimo, como valores aproximados.

RESUMO

Um estudo especial de diferentes métodos de determinação de declínio da radioatividade, por cálculo e por gráficos, é feito, acompanhado por exemplos práticos e permitindo aos médicos determinar e calcular com facilidade e certeza tabelas de fatores de declínio da radioatividade, para qualquer elemento radioativo, e para qualquer intervalo de tempo desejado. E' introduzida claramente a noção da curva universal de declínio da radioatividade.

SUMMARY

Various methods of radioactive decay determination, by calculation and graphically,

are presented in a special study, with practical examples throughout the text in order to enable the physician to make an easy and secure determination of radiodecay factor tables, for any radiocative element and for any time interval desired.

The notion of the universal radioactive decay curve is clearly introduced.

BIBLIOGRAFIA

1. GLASSTONE, S. — Sourcebook on Atomic Energy. D. Van Nostrand Company, Inc. New York. 1950.
2. SEABORG, G. T. and Perlman, I. — Table of Isotopes. Reprinted from Reviews of Modern Physics, vol. 20, n.º 4, pp. 585 — 667, October, 1948, Printed in U.S.A.